MÉCANIQUE DES FLUIDES II

1.1.2

Dr. CHABBI AMEL

Université de BADJI MOKHTAR- ANNABA

Faculté de Technologie

Département de Génie mécanique

Août 2024

Août 2024

Table des matières

Objectifs

Cette matière constitue une suite à la mécanique des fluides 1, elle s'intéresse à la cinématique des fluides, l'analyse basée sur le concept du volume de contrôle et à l'analyse dimensionnelle et °similitude

À la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de prédire et expliquer le mouvement d'un fluide dans un environnement bien particulier.

Théorie de la couche limite

I

1. Objectifs spécifiques

La formule de la couche limite est considérée comme une pierre angulaire de la dynamique des fluides, car elle aide à comprendre les caractéristiques cruciales de l'écoulement autour des corps à l'intérieur du fluide.

En appliquant des concepts tels que la viscosité, les équations de quantité de mouvement et les équations d'énergie, la théorie de la couche limite permet aux étudiants de : Déterminer et analyser des phénomènes comme la séparation des écoulements, la force de traîner, de transfert de chaleur et l'épaisseur de la couche limite

2. Introduction

Le concept de couche limite a été introduit pour la première fois par un ingénieur allemand, Prandtl, en 1904. Selon la théorie de Prandtl, lorsqu'un fluide réel s'écoule sur une paroi solide fixe, l'écoulement est divisé en deux régions.

- Une couche mince au voisinage de la paroi solide où les forces visqueuses et la rotation ne peuvent être négligées.
- Une région externe où les forces visqueuses sont très petites et peuvent être négligées.

Le comportement de l'écoulement est similaire à l'écoulement libre en amont.

3. Pré-requis

L'étudiant doit avoir assimilé les concepts de base de la mathématique avant de commencer ce chapitre. Il est recommandé aux apprenants de connaître la cinématique des fluides et le calcul mathématique

4. Exercice :

Question

[*solution* n°1 p.13]

Qu'est-ce qu'une couche limite près d'une interface ?

5. Aide de pré-requis

[cf. fkj-VLBkmGM]

6. Définitions et caractéristiques de la couche limite

Définition

La couche limite est la zone d'interface entre un corps et le fluide environnant lors d'un mouvement relatif entre les deux. Elle est la conséquence de la viscosité du fluide et est un élément important en mécanique des fluides (aérodynamique, hydrodynamique), en météorologie, en océanographie, etc.

L'écoulement d'un fluide visqueux sur une paroi solide représente une région dans laquelle la vitesse augmente de zéro à la paroi et s'approche de la vitesse de l'écoulement libre. Cette région s'appelle la couche limite.

La figure 2.1 montre le développement d'une couche limite sur un côté d'une longue plaque plane parallèle au sens de l'écoulement.

Le gradient de vitesse provoque une contrainte de cisaillement importante au niveau de la paroi τo (ou τw). Comme le montre la figure 2.1 :

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0}$$

Le gradient de vitesse dans la couche limite turbulente est plus grand que celui dans la couche limite laminaire.

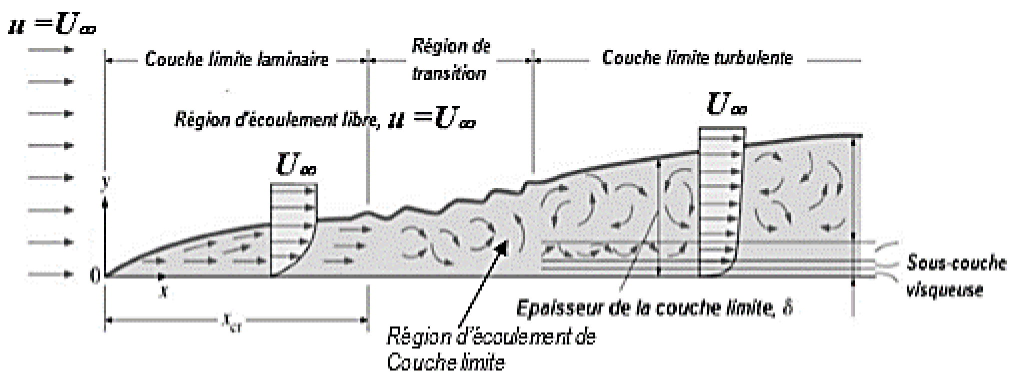
* Une région d'entrée où la couche limite se développe , la pression est constante,

* Une région ou l'écoulement est complètement établi où :

- La couche limite remplit toute la zone d'écoulement.
- Les profils de vitesse, le gradient de pression, et la contrainte de cisaillement sont constants ; c'est-à-dire qu'ils ne sont pas en fonction de (x),
- L'écoulement est soit laminaire, soit turbulent sur toute la longueur de l'écoulement, c'est-à-dire que la phase de transition n'est pas prise en compte.

Cependant, les caractéristiques de la couche limite d'écoulement visqueux pour les écoulements externes sont comme indiqué ci-dessous pour l'écoulement sur une plaque plane :

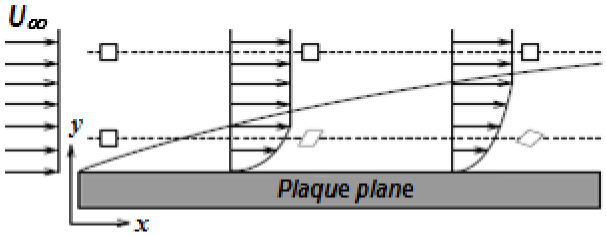
Considérons un écoulement sur une plaque plane, comme illustré à la figure 2.1.



L'écoulement sur la plaque peut être divisé en deux domaines.

i) $0 \le y \le \delta$ écoulement de couche limite dans laquelle l'effet de force visqueuse est important.

En raison de la condition de non-glissement à la paroi, la première couche de fluide subit un retardement. Cette couche retardée provoque un retard supplémentaire pour la couche adjacente, développant ainsi une région mince dans laquelle la vitesse d'écoulement augmente de zéro à la paroi solide et se rapproche de la vitesse de l'écoulement libre.



En raison de la présence d'un gradient de vitesse à l'intérieur de la région de la couche limite, les particules fluides au sommet commencent à se déformer, lesquelles ont une vitesse supérieure à celle se trouvant en bas. Cette force provoque la rotation de la particule fluide lorsqu'elle pénètre dans la région de la couche limite (voir la figure 2.2). Par conséquent, cette couche de fluide est appelée également écoulement rotationnel.

ii) y > δ : Zone d'écoulement externe à la couche limite où la force visqueuse est très faible et peut être négligée. Il n'y a pas de gradient de vitesse dans cette zone et la particule fluide ne fait pas de rotation lorsqu'elle entrera dans la région extérieure à la couche limite. Par conséquent, l'écoulement est également appelé écoulement irrotationnel.

Comme le montre la figure, les conditions de la couche limite sont que le fluide adhère à la paroi solide.

$$u = v = 0 \quad \text{à} \quad y = 0$$

Et à l'extérieur de la couche limite, la vitesse du fluide est égale à la vitesse de l'écoulement libre, c'est-à-dire :

$$u = U_\infty \quad \grave{a} \quad y = \delta$$

La condition à la limite suivante est également valable pour l'écoulement de couche limite,

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \qquad \text{Lorsque } y \geq \delta$$

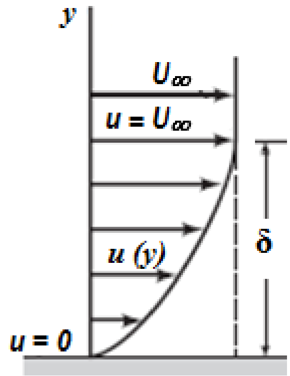
Ceci indique que la distribution de la vitesse est uniforme dans la direction y à l'extérieur de la zone de couche limite.

6.1. Épaisseur de couche limite

On distingue trois types d'épaisseur de couche limite, à savoir :

- Épaisseur conventionnelle de la couche limite, δ
- Épaisseur de déplacement de la couche limite, δ*
- Épaisseur du moment de la couche limite, θ

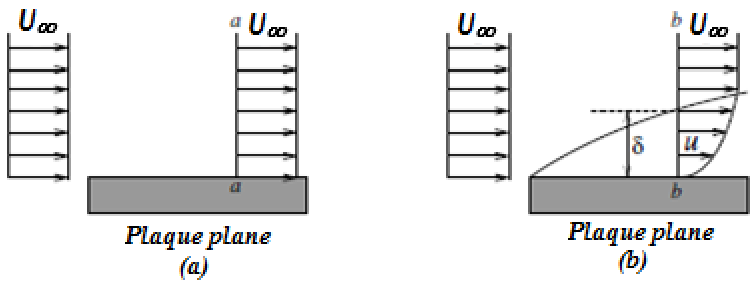
L'épaisseur de la couche limite est définie comme la distance verticale entre la paroi solide et le point où la vitesse de l'écoulement atteint 99% (u=0.99 U) de la vitesse de l'écoulement libre



6.1.1. Épaisseur de déplacement de la couche limite, δ*

L'épaisseur de déplacement représente la distance verticale dans laquelle la paroi solide doit être déplacée vers le haut de sorte que le fluide réel ait le même débit massique que le fluide idéal.

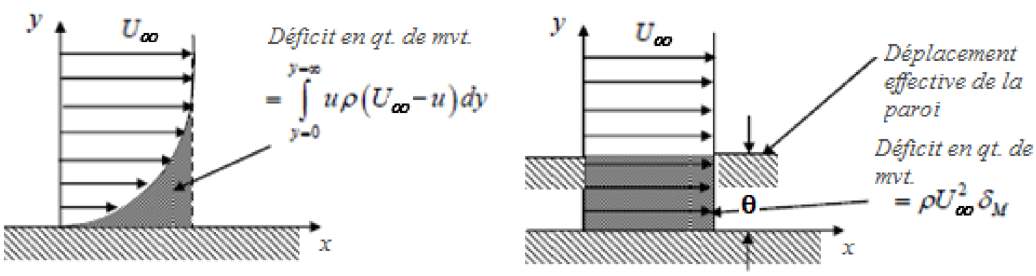
Considérons deux types d'écoulement de fluide sur une plaque plane horizontale fixe avec une vitesse d'écoulement , comme illustré à la figure 2.4.



En l'absence de viscosité dans le cas d'un fluide parfait (Figure 2.4 (a)), un profil de vitesse uniforme est développé au-dessus de la paroi solide. Cependant, dans le cas de fluide visqueux (fluide réel) et pas de glissement sur la paroi, un gradient de vitesse est développé dans la région de la couche limite, comme le montre la figure 2.4 (b).

a) Épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite, θ

Une autre épaisseur de la couche limite, il s'agit de l'épaisseur de quantité de mouvement, elle serve à prédire la force de traînée sur la surface de l'objet (Fig.2.6).



i Équations de la couche limite

Tout d'abord, on résume les principales hypothèses que nous nous sommes déjà fixées sur l'écoulement considéré.

- écoulement laminaire, permanent, bidimensionnel dans le plan (Oxy).
- fluide incompressible

L'écoulement est donc décrit par les équations de Navier-Stokes ainsi que l'équation de continuité, comme suit :

Suivant x,

$$\frac{du}{dt} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \gamma\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

Suivant y,

$$\frac{dv}{dt} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \gamma\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

Suivant z,

$$\frac{dw}{dt} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$

Sous forme vectorielle, elles peuvent être réécrites sous la forme :

$$\rho\vec{g} - \nabla p + \mu\nabla^{2\vec{V}} = \rho\frac{d\vec{V}}{dt}$$

L'équation de continuité est :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial\rho}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial\rho}{\partial z}(\rho w) = 0$$

Compte tenu des hypothèses fixées ci-dessus, pour l'écoulement dans la couche limite. Par conséquent, les équations de Navier-Stokes et celle de continuité de l'écoulement du fluide sont réduites à :

$$\begin{cases} u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \gamma\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

7. Transition vers la turbulence

Les résultats analytiques donnés dans le tableau sont limités aux écoulements de la couche limite laminaire le long d'une plaque plane avec un gradient de pression nul. Ils sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux jusqu'au point où l'écoulement de la couche limite devient turbulent, qui se produira pour toute vitesse d'écoulement libre et tout fluide pourvu que la plaque soit assez longue. Cela est vrai car le paramètre qui régit la transition vers un écoulement turbulent est le nombre de Reynolds - dans ce cas, le nombre de Reynolds est basé

sur la distance depuis le bord d'attaque de la plaque.

Le processus complexe de transition d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent implique l'instabilité du champ d'écoulement. Les petites perturbations imposées à l'écoulement

de couche limite, (à cause de vibrations de la plaque, d'une rugosité de la surface ou d'une "ondulation" dans l'écoulement sur la plaque) vont soient, accroîtront 1'instabilité ou décroîtrons

l'instabilité, selon l'endroit où la perturbation est introduit dans l'écoulement. Si ces perturbations se produisent à un endroit où Rex < Rexcr elles disparaîtront, la couche limite redeviendra

laminaire. Les perturbations imposées à un endroit Rex > Rexcr augmenteront et transformeront l'écoulement de la couche limite en aval de cet endroit en turbulence.

Complément

La turbulence fait référence à l'instabilité des mouvements de l'air ou de l'eau. Lorsque tu es en avion, la turbulence est occasionnée par les changements dans l'écoulement de l'air. Celui-ci fait référence au mouvement de l'air d'une zone à une autre. Il fait aussi référence au mouvement de l'air par rapport à la surface d'un corps le traversant, comme un avion.

Exercice

II

[*solution* n°2 p.13]

c'est quoi SI ?

Exercice

III

[solution n°3 p.13]

Un écoulement d'un liquide de viscosité dynamique = 0.02N./m^2, sur une plaque plane fixe, est caractérisé par le profil donné par le schéma ci-dessous

image_75.png (cf. p.)

(cf. p.) si l'épaisseur de l'écoulement est e = 5 cm, déterminer la valeur de la contrainte de cisaillement :

1- à la paroi ?

2- à une distance de 2 cm de la paroi ?

3-à une distance e de la paroi ?

Conclusion

Ce cours couvre les aspects essentiels de la mécanique des fluides : notion de pression, tension superficielle, écoulements parfaits, écoulements visqueux, notion de pertes de charges etc. En revanche la notion de turbulence n'est pas abordée.

Solutions des exercices

> **Solution** n°1

Exercice p. 4

La couche limite est la zone d'interface entre un corps et le fluide environnant lors d'un mouvement relatif entre les deux. Elle est la conséquence de la viscosité du fluide et est un élément important en mécanique des fluides (aérodynamique, hydrodynamique), en météorologie, en océanographie, etc.

> **Solution** n°2

Exercice p. 10

c'est quoi SI ?

Le système international

> **Solution** n°3

Exercice p. 11

Un écoulement d'un liquide de viscosité dynamique = 0.02N./m^2, sur une plaque plane fixe, est caractérisé par le profil donné par le schéma ci-dessous

image_75.png (cf. p.)

(cf. p.) si l'épaisseur de l'écoulement est e = 5 cm, déterminer la valeur de la contrainte de cisaillement :

1- à la paroi ?

2- à une distance de 2 cm de la paroi ?

3-à une distance e de la paroi ?

0,8 N/m^2

Glossaire

Fluide

Un fluide est un milieu matériel parfaitement déformable. On regroupe sous cette appellation les liquides, les gaz et les plasmas. Gaz et plasmas sont très compressibles, tandis que les liquides le sont très peu (à peine plus que les solides).

Abréviations

MDF : Mécanique des fluides

Références

Wikipedia Référence

Bibliographie

C. Wassgren. Notes on fluid mechanics and gas dynamics, School of Mechanical Engineering, Purdue University, 2010.

Walter H. Graf, M.S. Altinakar. Hydrodynamique, Eyrolles, 1991.

A. Bettahar, Mécanique des fluides et technologie des conduites, Polycopié du module TEC 371, Centre universitaire de Chlef, 2001.

Jack B. Evett, Cheng Liu, 2500 solved problems in fluid mechanics and hydraulics, Mc- Graw-hill, Inc. 1988.

P.J. Pritchard, J.C. Leylegian, Introduction to fluid mechanics, 8th edition, John Wiley & Sons, Inc. 2011.

Frank M. White, Fluid mechanics, 7th ed., Mc-Graw-hill, Inc. 2011.